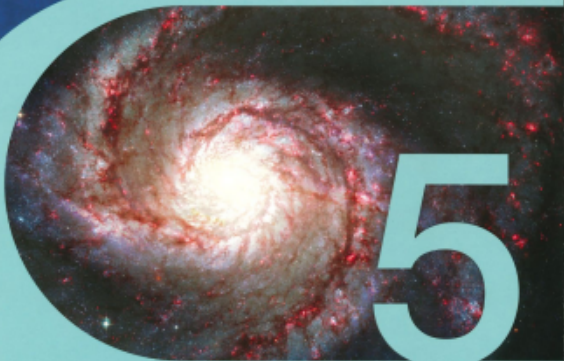


Dinámica

MATEMÁTICA

LIBRO CARPETA



puerto de palos

**MATERIAL DE PROMOCIÓN
PROHIBIDA SU VENTA**

ÍNDICE

Capítulo 1: NÚMEROS REALES

1. Los números reales.....	5
2. Intervalos.....	7
3. Valor absoluto de un número real.....	9
4. Ecuaciones e inecuaciones con módulo.....	11
Integración 1-2-3-4.....	15
5. Radicales. Suma y resta con radicales.....	17
6. Racionalización de denominadores.....	19
7. Los números complejos.....	21
Integración final.....	23
Para recordar.....	25
Autoevaluación.....	26

Capítulo 2: CÓNICAS

8. Circunferencia.....	27
9. Elipse.....	29
10. Parábola.....	31
11. Hipérbola.....	33
Integración final.....	35
Para recordar.....	37
Autoevaluación.....	38

Capítulo 3: SUCESIONES

12. Sucesiones. Sucesiones aritméticas.....	39
13. Sucesiones geométricas.....	41
14. Análisis de sucesiones.....	43
15. Clasificación de sucesiones.....	45
Integración final.....	49
Para recordar.....	51
Autoevaluación.....	52

Capítulo 4: FUNCIONES

16. Funciones.....	53
17. Función inversa.....	57
18. Composición de funciones.....	59
19. Interpretación y análisis de gráficos.....	61
Integración 16-17-18-19.....	63
20. Función lineal.....	65
21. Función cuadrática.....	69
22. Ecuaciones cuadráticas.....	73
23. Función polinómica.....	75
24. Análisis de la función polinómica.....	77
Integración final.....	81
Para recordar.....	83
Autoevaluación.....	84

Capítulo 5: FUNCIONES RACIONALES

25. Expresión algebraica fraccionaria.....	85
26. Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias.....	87
27. Ecuaciones con expresiones algebraicas fraccionarias.....	89
Integración 25-26-27.....	91
28. Función racional.....	93
29. Representación gráfica de funciones racionales.....	95
30. Función homográfica.....	99
Integración final.....	103
Para recordar.....	105
Autoevaluación.....	106

Capítulo 6: FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

31. Logaritmos.....	107
32. Ecuaciones logarítmicas.....	109
33. Ecuaciones exponenciales.....	113
Integración 31-32-33.....	117
34. Función logarítmica.....	119
35. Función exponencial.....	123
Integración final.....	127
Para recordar.....	129
Autoevaluación.....	130

Capítulo 7: TRIGONOMETRÍA

36. Sistema de medición de ángulos.....	131
37. Razones trigonométricas.....	133
38. Valores exactos. Relación con el cuadrante I.....	137
39. Ecuaciones trigonométricas.....	139
Integración 36-37-38-39.....	141
40. Triángulos rectángulos.....	143
41. Teoremas del seno y del coseno.....	147
42. Triángulos oblicuángulos.....	149
Integración final.....	153
Para recordar.....	155
Autoevaluación.....	156

Capítulo 8: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

43. Estadística. Intervalos de clase.....	157
44. Parámetros de posición.....	159
45. Parámetros de dispersión.....	161
Integración 43-44-45.....	165
46. Probabilidad.....	167
47. Sucesos y probabilidad condicional.....	169
Integración final.....	173
Para recordar.....	175
Autoevaluación.....	176

1

Números reales

1. Los números reales

► SABERES DINÁMICOS

Existen diferentes tipos de números que forman el conjunto de los **números reales** ($\mathbb{R}$).

- Los primeros que se pueden mencionar son los **números naturales** ($\mathbb{N}$): 1, 2, 3, 4, ...
- Si a estos números se les agregan los negativos y el cero, se forman los **números enteros** ($\mathbb{Z}$): ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...
- Al tomar la razón entre dos enteros (con el divisor distinto de cero), se construye el conjunto de los **números racionales** ($\mathbb{Q}$). Entonces, cualquier número racional r puede expresarse como:

$$r = \frac{m}{n} \text{ con } m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}, \text{ y } n \neq 0$$

- También hay números reales que no se pueden expresar como una razón entre enteros, que son los **números irracionales** ($\mathbb{I}$), cuya característica es que tienen infinitas cifras decimales no periódicas: π , $\sqrt{2}$, 1,243091...

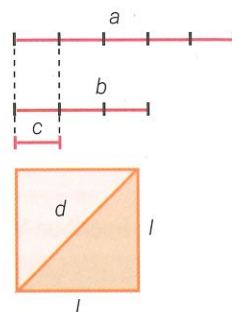
TIP

$\in$ significa **pertenece**.

Δ significa **y**.

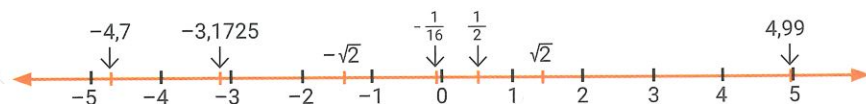
Segmentos conmensurables e inconmensurables

Dos segmentos a y b son **conmensurables** cuando existe un tercer segmento c que entra una cantidad de veces entera en cada uno de los segmentos a y b .



En cambio, cuando no existe un tercer segmento c , los segmentos son **inconmensurables**, como lo son la diagonal de un cuadrado con respecto a uno de sus lados. La razón de la diagonal d de un cuadrado y su lado l es inconmensurable, es decir, es un **número irracional**.

Los números reales pueden ser representados por puntos sobre una recta, llamada **recta real**. Se toma un punto como referencia llamado **origen** (número real 0). Todo número positivo se representa por un punto a la derecha del origen y todo número negativo, por un punto a la izquierda del origen.



Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/raiz2 * para mirar un video en el que se demuestra geométricamente que la raíz cuadrada de 2 es un número irracional.

*Enlace acortado de <https://youtu.be/1cJ9...8hDUNs>

Los números reales forman un conjunto:

- **Ordenado:** es posible decir que un número real a es menor que b y se simboliza como $a < b$. Esto significa que, en la recta real, a se encuentra a la izquierda de b .
- **Denso:** entre dos números reales siempre existe otro número real.
- **Continuo:** a cada número le corresponde un punto en la recta y recíprocamente.

Aproximación y redondeo

Para **aproximar un número por redondeo**, debe primero explicitarse hasta qué cifra decimal se va a considerar como representativa y luego tener en cuenta la cifra que se encuentra a su derecha, así:

- si la cifra de la derecha es 0, 1, 2, 3 o 4, la cifra considerada se deja igual y se produce un error por defecto.
- si la cifra de la derecha es 5, 6, 7, 8, 9, a la cifra considerada se le suma 1 y se comete un error por exceso.

1. Los números reales

Test de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- Los lados de un rectángulo miden respectivamente 6,5 cm y 5,2 cm. ¿Son conmensurables?
- El diámetro de una circunferencia y su perímetro ¿son magnitudes conmensurables? ¿Por qué?
- ¿Es correcto afirmar que $\pi = 3,142$? ¿Por qué?

2. Determinen si los siguientes números son racionales o irracionales.

- $\frac{\pi}{2}$ _____
- $2,1\overline{9}$ _____
- $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}}$ _____
- $\frac{25}{16}$ _____
- $\sqrt[3]{0,027}$ _____
- $(3^2\pi + 1) - (\sqrt{25} + 2^2)\pi$ _____

3. Escriban $>$, $<$ o $=$ según corresponda, sin utilizar la calculadora.

- $1,732$ $\sqrt{3}$
- $\sqrt[3]{\frac{5}{4}}$ $\sqrt{\frac{5}{4}}$
- $\sqrt{47}$ $\sqrt{7^2 - 2}$
- $\sqrt{8}$ $\sqrt{18}$
- $\frac{40}{33}$ $1,21$
- $1,0\overline{5}$ $\frac{19}{18}$

4. Escriban $>$, $<$ o $=$ según corresponda, teniendo en cuenta las condiciones dadas en cada caso.

- Si $a > c > 0$, entonces $\sqrt{c}$ $\sqrt{a}$.
- Si $0 < a < 1$, entonces $\sqrt{a}$ $\sqrt[3]{a}$.
- Si $a > 1$, entonces $\sqrt{a}$ $\sqrt[3]{a}$.
- Si $a > c > 0$, entonces $\frac{1}{\sqrt{a}}$ $\frac{1}{\sqrt{c}}$.

5. Escriban V (verdadero) o F (falso) según corresponda. Expliquen en sus carpetas los casos falsos.

- Toda fracción es un número racional.
- Todo número racional tiene una expresión decimal.
- Todo número decimal se puede expresar como fracción.
- Todo número irracional tiene una expresión decimal.
- Todo número irracional tiene una expresión como fracción.
- Un número real puede ser racional e irracional a la vez.
- El conjunto de los números naturales es denso.

6. Tengan en cuenta las condiciones pedidas en cada caso y respondan. Expliquen las respuestas.

- $x \in \mathbb{N} \wedge \sqrt{17} < x < 8$. ¿Cuántos números existen? _____
- $x \in \mathbb{Q} \wedge \sqrt{17} < x < 8$. ¿Cuántos números existen? _____
- $x \in \mathbb{I} \wedge \sqrt{17} < x < 8$. ¿Cuántos números existen? _____

7. Aproximen cada uno de los siguientes números reales según lo indicado en cada caso.

- $\sqrt{2}$ a los milésimos. _____
- $1,31\overline{6}$ a los centésimos. _____
- π a los décimos. _____
- $\frac{3}{2}\pi$ a los centésimos. _____

2. Intervalos

► SABERES DINÁMICOS

Intervalos reales

Ciertos conjuntos de números reales se denominan **intervalos**, y se representan geoméricamente con semirrectas o segmentos sobre la recta real. Si a y b son **números reales** tales que $a < b$, entonces existen las siguientes posibilidades:

Notación	Propiedad del conjunto	Representación sobre la recta real
$(a; b)$	$x \in \mathbb{R} \wedge a < x < b$	
$[a; b]$	$x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x \leq b$	
$[a; b)$	$x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x < b$	
$(a; b]$	$x \in \mathbb{R} \wedge a < x \leq b$	
$(a; +\infty)$	$x \in \mathbb{R} \wedge x > a$	
$[a; +\infty)$	$x \in \mathbb{R} \wedge x \geq a$	
$(-\infty; b)$	$x \in \mathbb{R} \wedge x < b$	
$(-\infty; b]$	$x \in \mathbb{R} \wedge x \leq b$	
$(-\infty; +\infty)$	$x \in \mathbb{R}$	

Debe notarse que se utilizan:

- **Paréntesis** cuando el o los extremos **no pertenecen** al intervalo.
- **Corchetes** cuando el o los extremos **pertenecen** al intervalo.
- **Paréntesis** cuando alguno de los extremos (o ambos) es infinito.

TIP

- $\cap$ significa **intersección**.
- $\cup$ significa **unión**.
- $\Rightarrow$ significa **entonces**.
- $\forall$ significa **o**.

Uniones e intersecciones de intervalos

La **intersección de dos intervalos** ($\cap$) consta de los números reales que están en ambos intervalos a la vez.

La **unión de dos intervalos** ($\cup$) consta de los números reales que están en un intervalo o en el otro, es decir, en ambos.

a. $(1; 3) \cap [2; 7] \rightarrow x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3 \wedge 2 \leq x \leq 7 \rightarrow$
 $\Rightarrow (1; 3) \cap [2; 7] = [2; 3)$

b. $(1; 3) \cup [2; 7] \rightarrow x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3 \vee 2 \leq x \leq 7 \rightarrow$
 $\Rightarrow (1; 3) \cup [2; 7] = (1; 7]$

En estos ejemplos, para una mejor visualización, usamos **círculos sin relleno** en lugar de **paréntesis** y **círculos con relleno** en lugar de **corchetes**.

Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/repin * para observar cómo se representan los intervalos en la recta real usando GeoGebra.

*Enlace acortado de <https://www.geogebra.org/m/bw85KpRz>